

УДК 004.312.2

## ВИСОКОЕФЕКТИВНІ ФОРМАЛІЗОВАНІ МОДЕЛІ ОБЧИСЛЮВАЧІВ ДЛЯ ВІДТВОРЕННЯ ТРАНСЦЕНДЕНТНИХ ФУНКЦІЙ ЗА НЕТРАДИЦІЙНОЇ ПОСТАНОВКИ ЗАВДАННЯ

В.А. Лукашенко<sup>1</sup>, А.В. Бернацький<sup>1</sup>, Ю.В. Юрченко<sup>1</sup>, О.В. Сіора<sup>1</sup>, В.М. Лукашенко<sup>2</sup>, Д.А. Гардер<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Specialized High-Voltage Equipment and Laser Welding, E.O. Paton Electric Welding Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

<sup>2</sup> Department of Robotics and Specialized Computer Systems, Cherkasy State Technological University, Cherkasy, Ukraine

ORCID <https://orcid.org/0000-0002-9685-4654>

ORCID <https://orcid.org/0000-0002-8050-5580>

ORCID <https://orcid.org/0000-0001-9253-009X>

ORCID <https://orcid.org/0009-0005-8542-1633>

ORCID <https://orcid.org/0009-0006-7459-4704>

ORCID <https://orcid.org/0000-0002-4066-8182>

E-mail: yuriyurchenko14@gmail.com

### АНОТАЦІЯ

Роботу присвячено створенню та дослідженню високоєфективних формалізованих моделей прецизійних обчислювачів спеціального призначення для розв'язання нетрадиційних постановок завдань, обумовлених відсутністю аналітичних відношень між значенням трансцендентних функцій та відповідного значення порядкового номера решітки в комп'ютерно-інтегрованих системах керування на базі таблично-алгоритмічних методів. Застосування спеціалізованих прецизійних обчислювальних пристроїв є необхідним для управління об'єктами та швидкодіючими процесами в реальному часі, де використання мікропроцесорів загального призначення, навіть зі спеціальними програмними засобами, неможливе у зв'язку з високими вимогами одночасно до швидкодії, надійності, габаритів, енергоспоживання, ступеня готовності й апаратних витрат (вартості). Особливо актуальною є задача апаратної реалізації багаторозрядних обчислювачів спеціального призначення для відтворення з високою точністю базових математичних і трансцендентних функцій за умов обмежених енергочасових ресурсів у єдиного кристала. З огляду на це перспективним напрямом є застосування формалізованих таблично-алгоритмічних методів, які дають можливість оптимізувати структуру обчислювачів спеціального призначення без погіршення точності відтворення функцій. Метою роботи є створення моделі прецизійного обчислювача спеціального призначення, що забезпечує високу ефективність у відтворенні значень у двійковій системі числення трансцендентних функцій відносно порядкового номера решітки шляхом використання формалізованого табличного логіко-оборотного методу перетворення вхідної кодової множини у вихідну за допомогою корегувальних констант. У роботі проведено верифікацію ефективності формалізованих таблично-алгоритмічних моделей прецизійних обчислювачів спеціального призначення, реалізованих формалізованим табличним логіко-оборотним методом. Отримані результати порівнювалися з класичним табличним методом апаратної реалізації за сукупністю ключових показників, а саме: потужністю споживання, часовими затратами на відтворення функцій та апаратними витратами (вартістю) в межах єдиного кристала. Запропоновано оригінальну формалізовану модель прецизійного обчислювача спеціалізованого призначення, яка відтворює значення трансцендентної функції від відповідного порядкового номера решітки з меншими енергетичними, часовими й апаратними витратами, що адекватно забезпечує підвищення ефективності комп'ютерно-інтегрованих систем у галузях аеронавігації, оборонної, космічної промисловості.

**Ключові слова:** прецизійні обчислювачі, таблично-алгоритмічні методи, енергоспоживання, апаратні витрати, формалізований таблично-логічний метод, логіко-оборотний метод.

## Вступ

Для вирішення ряду технічних задач у промисловості, галузях авіонавігації, космонавтики, керування спеціалізованими автономними фізичними об'єктами потрібно використовувати обчислювачі для різних математичних функцій. На цей час застосування спеціалізованих обчислювальних пристроїв є необхідним для управління об'єктами та процесами реального часу, де використання мікропроцесорів загального призначення, навіть зі спеціальними програмними засобами, неможливе у зв'язку з високими вимогами одночасно до швидкодії, надійності, габаритів, енергоспоживання, ступеня готовності та вартості. Зазвичай ця задача вирішується за допомогою арифметико-логічних пристроїв, однак більш ефективним, особливо в умовах обмеженого часу, для відтворення значень трансцендентних функцій є застосування табличних обчислювачів. Традиційні табличні методи реалізації функцій на основі ROM або LUT забезпечують простоту реалізації та детермінований час обчислення, однак із зростанням розрядності аргументів та кількості відтворюваних функцій призводять до суттєвого збільшення обсягу пам'яті й енергоспоживання. Саме тому в останні роки активно розвиваються таблично-алгоритмічні методи на базі апаратної апроксимації функцій, зокрема кусково-лінійні та кусково-поліноміальні підходи, гібридні LUT-алгоритми, а також модифіковані CORDIC-архітектури [1–3]. Сучасні таблично-алгоритмічні методи значно зменшують обсяг таблиць завдяки використанню тривалих арифметичних операцій, що неприпустимо для швидкодіючих комп'ютерно-інтегрованих систем (ШКИС) спеціального призначення. У роботах [4–6] запропоновано адаптивні методи сегментації області аргументу та зменшення кількості опорних точок, що дає змогу скоротити апаратні витрати за збереження допустимої похибки. Разом із тим такі підходи часто ускладнюють логічну структуру обчислювача та збільшують затримки сигналів.

Дослідження [7–9] спрямовані на зниження енергоспоживання шляхом оптимізації квантування й ущільнення таблиць відповідностей, однак більшість із них орієнтовані на відтворення однієї функції і не враховують багатфункціональний режим роботи.

Окремий напрям досліджень пов'язаний із розробкою універсальних та реконфігурованих архітектур, здатних відтворювати декілька функцій у межах одного апаратного ядра [1; 2; 10]. Такі рішення є перспективними з погляду зменшення апаратних витрат, проте потребують формалізованих методів побудови та верифікації ефективності.

У зв'язку з наведеним актуальною є задача створення та дослідження високоефективних моделей

обчислювачів трансцендентних функцій, побудованих формалізованими табличними логіко-оборотними методами, які забезпечують одночасно високі показники щодо швидкодії, надійності, габаритів, енергоспоживання, ступеня готовності та вартості.

## Аналіз літературних джерел і постановка проблеми

Питання апаратної реалізації трансцендентних і спеціальних функцій у цифрових обчислювальних системах активно досліджується в науковій літературі протягом останнього десятиліття. Основна увага зосереджена на зменшенні апаратних витрат і енергоспоживання за збереження необхідної точності та швидкодії.

У роботах [1; 2] запропоновано реконфігуровані апаратні архітектури для відтворення набору трансцендентних функцій, що дає можливість використовувати спільні апаратні ресурси для різних обчислювальних задач. Показано, що такий підхід зменшує площу кристала, проте потребує складної логіки керування та додаткових витрат часу на перемикання режимів.

У дослідженнях [3; 7] розглянуто кусково-поліноміальні та квантувально-орієнтовані методи апроксимації, які дають змогу суттєво зменшити обсяг пам'яті LUT. Отримані результати демонструють високу точність, однак зі зростанням кількості сегментів ускладнюється апаратна реалізація та збільшується затримка обчислень. Роботи [4; 5] присвячені адаптивній сегментації області аргументу й оптимізації структури обчислювачів, що забезпечує компроміс між точністю та апаратними витратами. Водночас такі методи переважно орієнтовані на реалізацію окремих функцій і не розглядають можливості їх одночасного відтворення в межах єдиного обчислювального ядра.

У публікаціях [8–10] досліджуються енергоефективні архітектури для реалізації тригонометричних та гіперболічних функцій, у тому числі на базі CORDIC-алгоритмів та їх модифікацій. Хоча ці підходи допомагають знизити енергоспоживання, вони характеризуються обмеженою гнучкістю та складністю масштабування в разі збільшення кількості функцій. Аналіз літературних джерел показує, що більшість існуючих рішень або орієнтовані на реалізацію однієї функції, або потребують значних апаратних і часових затрат за багатфункціонального використання. Крім того, недостатньо уваги приділяється формалізованим методам порівняльної верифікації ефективності запропонованих архітектур за сукупністю показників енергоспоживання, швидкодії та апаратної складності.

У зв'язку із цим у цьому дослідженні розв'язуються такі основні завдання:

– провести аналіз сучасного стану таблично-алгоритмічних методів апаратної реалізації і моделей прецизійних обчислювачів спеціального призначення та визначити напрям вирішення проблемних завдань з акцентом на зменшення енергоспоживання, часових витрат на обробку інформації та апаратних витрат (вартості);

– створити та дослідити прецизійну модель обчислювача спеціального призначення, що відтворює трансцендентну функцію відносно порядкового номера решітки;

– визначити метод верифікації ефективності розробленої моделі обчислювача спеціального призначення за показниками, що характеризують енергоспоживання, швидкодію через часові затрати на обробку інформації та апаратні витрати (вартість).

### Методи досліджень

У роботі методи досліджень базуються на використанні апарата обчислювальної математики, властивостей математичної логіки та тотожності алгебри Жегалкіна. Застосовано комплекс аналітичних і формалізованих методів дослідження, спрямованих на оцінювання ефективності моделей прецизійних обчислювачів спеціального призначення за показниками, що характеризують енергоспоживання, швидкодію через часові затрати на обробку інформації та апаратні витрати (вартість).

### Результати дослідження

Однією з трансцендентних функцій апаратної реалізації компонентів для комп'ютерно-інтегрованих систем спеціального призначення є функція

$$f(x_j) = sc(x_j) - sc(0),$$

тому для спрощення процедури формування й дослідження трансцендентної моделі обчислювача спеціального призначення дослідження проводитимемо на прикладі цієї функції. Створена модель обчислювача спеціального призначення забезпечує високу ефективність у відтворенні значень у двійковій системі числення трансцендентних функцій шляхом перетворення вхідної кодової інформації «J» у вихідну «f(x<sub>j</sub>)» за допомогою визначених корегувальних констант «Δ» і тісно пов'язана з логіко-математичною моделлю, в основі якої є використання логічної операції XOR. Формалізована логіко-математична модель формування значення трансцендентної функції «f(x<sub>j</sub>)» має такий вигляд

$$f(x) = J \oplus \Delta, \quad (1)$$

враховуючи тотожність логічної операції XOR, корегувальну константу Δ визначаємо за формулою (1) таким чином

$$\Delta = f(x_j) \oplus J. \quad (2)$$

Значення Δ складають таблицю, значення якої за апаратної реалізації формує обсяг числового блока пам'яті (ЧБП).

Особливість обчислювачів спеціального призначення полягає у тому, що значення кодів вхідних, вихідних та корегувальних констант створюються заздалегідь, це забезпечує незалежність часу отримання остаточного результату розрахунків від складності обчислень значень відтворюваної функції.

Тож під час проектування на основі властивостей математичної логіки й алгебри Жегалкіна формується таблиця відповідностей (табл. 1), наведена нижче.

У табл. 1 кортежні коди номерів J і функції f(x<sub>j</sub>) та коди кортежів корегувальних констант Δ<sub>ст</sub> та Δ<sub>мол</sub> за відповідними доменами представлені в десятковій та двійковій системах числення.

Для наочності за результатами дослідження на рис. 1 побудовано модель гістограми, яка візуально показує кількість однакових значень корегувальних констант k та використовує відповідні кодові значення табл. 1.

За результатами аналізу наведеної моделі гістограми визначено, що для формування об'єму числового блока пам'яті потрібно значень корегувальних констант для кортежів старших розрядів – 4 шт., для кортежів молодших розрядів – 7 шт.

Загальна кількість кодових кортежів становить 11.

При цьому ефективність ущільнення інформації для числового блока пам'яті оцінюється за математичним виразом коефіцієнта ефективності та дорівнює:

$$E_L = L_{кл} / L_{мло} = 63/11 = 5,7.$$

Ефективну модель обчислювача спеціального призначення, що відтворює значення трансцендентної функції f(x<sub>j</sub>) формалізованим табличним логіко-оборотним методом, зображено на рис. 2.

Процедура формування значень трансцендентної функції розробленою моделлю (рис. 2) здійснюється таким чином. Вхідний код J, що записується в регістр Rr 1, під дією керуючих імпульсів МПА 8, що надходять на керуючі входи 4, 5 комбінаційних схем адрес, розпізнається комбінаційними схемами адрес 2 і 3. Вихідні імпульси відповідних адресів останніх надходять на відповідні входи ЧБП. 6 Під дією цих імпульсів зчитуються коди корегувальних констант Δ<sub>ст</sub>, Δ<sub>мол</sub> які за допомогою зворотних зв'язків надходять на відповідні лічильні входи тригерів регістра 1. Одиниці корегувальних констант, що надійшли на лічильні входи відповідних тригерів регістра, змінюють стан цих тригерів на протилежний. На виході Rr 1 та на входах МДН-ключів 7 з'являється код значення трансцендентної функції f(x), якій з дозволу керуючого імпульсу МПА 8 проходить через відкрити МДН-ключі на його виходи. Останні всередині кристала з'єднані із шинами «Вхід / Вихід», цим зменшується

Табл. 1. Реляційна модель даних обчислювача трансцендентної функції, відношень порядкового номера решітки та корегувальних констант

№ = J, дес. код	Двійкові коди порядкового номера J	Код функції $f(x_j)$	Двійкові коди доменів кортежів корегу- вальних констант		Дес. код $\Delta_{CT}$	Дес. код $\Delta_{Мол}$	J	Двійкові коди порядкового номера J	Код функції $f(x_j)$	Двійкові коди доме- нів кортежів корегуваль- них констант		Дес. код $\Delta_{CT}$	Дес. код $\Delta_{Мол}$
			$\Delta_{CT}$	$\Delta_{Мол}$						$\Delta_{CT}$	$\Delta_{Мол}$		
0	000000	000000	000000	000000	0	0	32	100000	011011	111011	7	3	
1	000001	000000	000001	000001	0	1	33	100001	011011	111010	7	2	
2	000010	000001	000011	000011	0	3	34	100010	011100	111110	7	6	
3	000011	000010	000011	000011	0	1	35	100011	011100	111111	7	7	
4	000100	000011	000111	000111	0	7	36	100100	011101	111001	7	1	
5	000101	000100	000101	000101	0	1	37	100101	011110	111011	7	3	
6	000110	000100	000110	000110	0	2	38	100110	011111	111001	7	1	
7	000111	000101	000110	000110	0	2	39	100111	100000	000111	0	7	
8	001000	000110	001110	001110	1	6	40	101000	100001	001001	1	1	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	
26	011010	010101	001111	001111	1	7	58	111010	110000	001010	1	2	
27	011011	010110	001001	001001	1	1	59	111011	110000	001011	1	3	
28	011100	010111	001011	001011	1	3	60	111100	110001	001101	1	5	
29	011101	011000	000101	000101	0	5	61	111101	110010	001111	1	7	
30	011110	011000	000110	000110	3	6	62	111110	110011	001101	1	5	

Примітки:  $\Delta_{CT}$  – характеризує значення домену старшого кортежу;  $\Delta_{Мол}$  – характеризує значення домену молодшого кортежу.

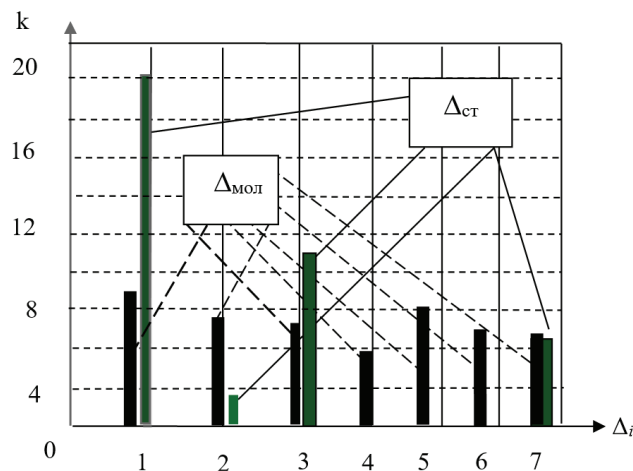


Рис. 1. Гістограми кількості  $k$  однакових значень  $\Delta_i$  корегувальних констант для регістрів:

$\Delta_{ст}$ ,  $\Delta_{мол}$  – старших, молодших розрядів відповідно

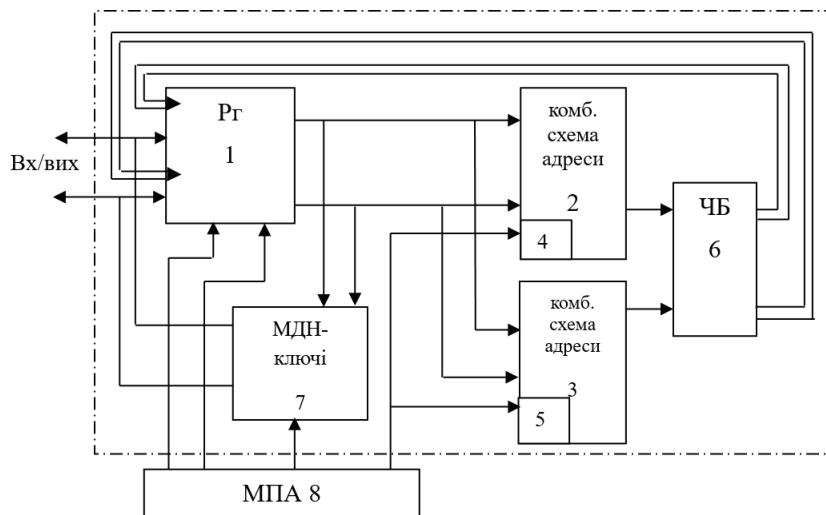


Рис. 2. Високоєфективна модель прецизійного обчислювача спеціального призначення для відтворення трансцендентної функції:

1 – реєстр  $R_r$ ; 2, 3 – комбінаційні схеми адресів доменів корегувальних констант  $\Delta_{ст}$ ,  $\Delta_{мол}$  для визначення кодів старшого та молодшого кортежів відповідно; 4, 5 – керуючі входи комбінаційних схем адресів доменів для визначення кодів корегувальних констант  $\Delta_{ст}$ ,  $\Delta_{мол}$  старшого та молодшого кортежів відповідно; 6 – числовий блок пам'яті ЧБП; 7 – МДН-ключі; 8 – МПА (мікропрограми автомат)

кількість внутрішніх і зовнішніх контактів, що підвищує надійність обчислювача.

Для дослідження та проведення верифікації створеної моделі обчислювача трансцендентної функції запропоновані математичні моделі оцінювання ефективності за основними параметрами: потужності споживання; витрати часу на отримання результату; апаратні витрати (вартість), що наведено в табл. 2, 3, 4.

Верифікація ефективності створеної моделі обчислювача спеціального призначення за згаданими вище параметрами проводиться через порівняльний аналіз за високошвидкісним класичним табличним методом.

За результатами розрахунків (табл. 2) потужностей споживання показано, що модель обчислювача, яка відтворює трансцендентні функції формалізованим табличним логіко-оборотним методом, має

**Табл. 2. Результати кількісного оцінювання за параметрами потужності споживання створеної формалізованої та табличної моделей обчислювачів спеціального призначення у процесі відтворення значень трансцендентної функції**

Метод апаратурної реалізації	Модель обчислювача для відтворення значень відповідних функцій	Результати розрахунків потужності споживання
Табличний класичний	$f(x_j) = sc(x_j) - sc(0)$ від коду порядкового номера (J)	$P_{кл} = 2 [2P_1 \cdot 6 + P_2(2^6 - 1) + P_4 \cdot 6(2^6 - 1)] =$ $= 2 [2 \cdot 4P_2 \cdot 6 + P_2(2^6 - 1) + P_2 \cdot 6(2^6 - 1)] =$ $= 978 P_2$
Формалізований табличний логіко-зворотний	функції $[f(x_j) = sc(x_j) - sc(0)]$ від коду порядкового номера (J)	$P_{фтло} = [P_1 n + 2 \cdot P_2(1/E_L) + P_3 +$ $+ P_4 m (n/m)(1/E_L) + P_5] =$ $= 1 \cdot [4P_2 \cdot 6 + 2 \cdot P_2(1/5,7) + P_2 + P_2 \cdot 6 \cdot (1/5,7) +$ $+ P_5] = 27,4 P_2$

Примітки:  $P_1$  – потужності споживання одного тригера регістра;  $P_2$  – ланцюга видачі однієї адреси;  $P_3$  – одного логічного елемента;  $P_4$  – одного активного елемента числового блока пам'яті;  $P_5$  – одного блока МДН-ключів;  $\beta$  – кількість тригерів;  $w$  – кількість ланцюгів видачі однієї адреси;  $h$  – кількість логічних елементів;  $l$  – кількість елементів ЧБ;  $\zeta$  – кількість кристалів для відтворення кількох функцій;  $Z$  – кількість регістрів на одному кристалі;  $Y$  – кількість блоків адреси на одному кристалі;  $\eta$  – кількість числових блоків пам'яті на одному кристалі;  $v$  – кількість блоків МДН-ключів.

меншу потужність споживання порівняно з табличним класичним методом завдяки використанню одного регістра й одного числового блока пам'яті в

$$P_{кл} / P_{фтло} = 978 P_2 / 27,4 P_2 = 35,6 \text{ раза.}$$

Таким чином, верифікація ефективності розробленої моделі обчислювача підтверджується результатами розрахунків за параметром потужності споживання.

Отримані результати розрахунків часу відтворення, подані в табл. 3, показали, що затримка результатів у відтворенні трансцендентної функції збільшена через додатково введені логічні операції, тобто в

$$t_{фтло} - t_{кл} = 22t_b / 20t_b = 1,1 \text{ раза.}$$

Припустимо, що  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = a_6 = a_7 = a$ , тоді за результатами розрахунків апаратних витрат,

які наведені в табл. 4, їх величина зменшується у 29,6 раза, тобто

$$C_{кл} / C_{фтло} = 1002 a_2 / 33,9 a_2 = 29,6.$$

Таким чином, величина зменшення апаратних затрат підтверджує ефективність запропонованої моделі обчислювача, що реалізує відтворення значень решітчастої функції  $f(x_j) = sc(x_j) - sc(0)$  для відповідного двійкового коду порядкового номера (J) завдяки запропонованому формалізованому табличному логіко-оборотному методу.

На основі наведених результатів розрахунків потужності споживання та часу затрат на відтворення значень відповідних функцій доцільно визначити такі техніко-економічні коефіцієнти:  $K_E$  та  $K_C$ .

Коефіцієнт  $K_E$  – величина, що характеризує енергозбереження запропованою моделлю обчислювача, яка реалізована формалізованим табличним

**Табл. 3. Результати розрахунків часу відтворення значень трансцендентної функції моделлю обчислювачів спеціального призначення**

Метод апаратурної реалізації	Модель обчислювача для відтворення значень відповідних функцій	Результати розрахунків часу відтворення функцій
Табличний класичний	трансцендентна функція $[f(x_j) = sc(x_j) - sc(0)]$ від коду порядкового номера (J)	$t_{кл} = 2 \cdot [Zt_{pe} + \gamma t_b + \beta \cdot t_{pe}] \approx$ $\approx 2 \cdot [2 \cdot 4t_b + \gamma t_b + \beta \cdot t_{pe}] \approx 20 t_b$
Формалізований табличний логіко-зворотний	трансцендентна функція $[f(x_j) = sc(x_j) - sc(0)]$ від коду порядкового номеру (J)	$t_{фтло} = 2 \cdot [Zt_{pe} + \gamma t_b + \chi t_l + v t_{мдн} + \beta \cdot t_{pe}] \approx$ $\approx 2 \cdot [1 \cdot 4 + 1 + 4 + 1 + 1] t_b \approx 22 t_b$

Примітки:  $t_b$  – час одноразової вибірки з ПЗП;  $t_n \approx t_b$  – час однієї логічної операції;  $t_n \approx t_b$  – час зміни стану тригера з одного в інший;  $t_{pr} \approx 4 t_b$  – час затримки інформації в регістрі;  $t_3 \approx t_b$  – час формування конститuentи одиниці однієї логічної операції;  $t_{мдн} \approx t_b$  – час затримки МДН-ключа.

Табл. 4. Результати розрахунків апаратних витрат на моделі обчислювачів спеціального призначення у процесі відтворення значень трансцендентної функції

Метод апаратної реалізації	Модель обчислювача для відтворення значень відповідних цифрових кодів	Результати розрахунків апаратних витрат (вартість) на відповідні моделі обчислювачів
Табличний класичний	$f(x_j) = sc(x_j) - sc(0)$ від коду порядкового номеру (J)	$C = \zeta [Z \cdot a_1 n + Y \cdot a_2 (2^n - 1) + \eta \cdot a_4 n (2^n - 1) + \rho \cdot a_7] =$ $= 2 [2a_1 6 + a_2 (2^6 - 1) + a_4 6 (2^6 - 1) + 12a_7] =$ $= 2 a_2 [2 \cdot 4 \cdot 6 + (2^6 - 1) + 6(2^6 - 1) + 12] =$ $= 2 a_2 [48 + 63 + 378 + 12] = 1002 a_2$
Формалізований табличний логіко-оборотний	$f(x_j) = sc(x_j) - sc(0)$ від коду порядкового номеру (J)	$C = \zeta [Z \cdot a_1 n + Y \cdot a_2 (1/E_L) + h a_3 (2) + \eta \cdot a_4 (n/m) (1/E_L) + v a_5 + \rho \cdot a_7] =$ $= 1 \cdot [a_1 n + 2a_2 (1/E_L) + a_3 (2) + a_4 m (n/m) (1/E_L) + v a_5 + \rho \cdot a_7] =$ $= 1 \cdot [4a_2 6 + 2 \cdot 2a_2 (1/5,7) + 2a_2 + a_4 6 (1/5,7) + a_7 + 6a_7] = 33,9 a_2$

Примітки:  $a_1$  – затрати на один розряд регістра;  $a_2$  – на один ланцюг видачі однієї адреси;  $a_3$  – на один логічний елемент;  $a_4$  – на один біт ЧБ пам'яті;  $a_5$  – на МДН-ключі;  $a_6$  – на один елемент затримки;  $a_7$  – на один зовнішній контакт;  $\zeta$  – кількість кристалів для відтворення кількох функцій, що реалізуються апаратно;  $\varphi$  – кількість елементів затримки;  $\rho$  – кількість зовнішніх контактів.

логіко-оборотним методом відносно табличного класичного методу апаратної реалізації моделі обчислювача трансцендентної функції.

Коефіцієнт  $K_E$  визначається за формулою (6):

$$K_E = E_{скл} / E_i \quad (6)$$

де  $E_{скл} = P_{скл} \cdot t_{скл}$  – величина, що характеризує енергію споживання моделлю обчислювача, яка реалізована класичним табличним методом;

$E_i = P_i \cdot t_i$  – величина, що характеризує енергію споживання моделлю обчислювача, яка реалізована формалізованим табличним логіко-оборотним методом.

Коефіцієнт  $K_C$  – величина, яка характеризує зменшення апаратних витрат у процесі створення моделі обчислювача, що реалізована формалізованим табличним логіко-оборотним методом відносно табличного класичного методу для відтворення значень трансцендентної функції.

Коефіцієнт  $K_C$  визначається за формулою (7):

$$K_C = C_{скл} / C_i \quad (7)$$

де  $C_i$  – величина, яка характеризує апаратні витрати на модель обчислювача, реалізованого формалізованим табличним логіко-оборотним методом;

$C_{скл}$  – величина, яка характеризує апаратні витрати на модель обчислювача реалізованого табличним класичним методом.

Результати розрахунків зведені в табл.5.

Отже, техніко-економічні показники підтверджують ефективність розробленої оригінальної моделі прецизійного обчислювача спеціального призначення, яка апаратно реалізована на базі формалізованого таблично-алгоритмічного методу.

### Обговорення результатів

Отримані результати дослідження підтверджують доцільність застосування формалізованого табличного логіко-оборотного методу для побудови прецизійних обчислювачів спеціального призначення,

Табл. 5. Порівняльний аналіз показників енергозбереження та зменшення апаратних затрат для запропонованих методів і моделей обчислювачів

Метод апаратної реалізації	Модель обчислювача для відтворення значень відповідних функцій	$C_i$	$C_{скл}$	$K_C$			$K_E$
				$\frac{C_{скл}}{C_i}$	$E_{i,}$	$E_{скл}$	
Формалізований табличний логіко-оборотний	решітчастої функції $[f(x_j) = \sec(x_j) - \sec(0)]$ від порядкового номера (J)	33,9	1002	29,56	602,8	19560	32,45

орієнтованих на відтворення трансцендентних функцій у комп'ютерно-інтегрованих системах керування.

На відміну від класичних табличних підходів, де підвищення розрядності або кількості функцій безпосередньо призводить до зростання обсягу пам'яті й енергоспоживання, запропонована модель забезпечує оптимізацію структури обчислювального процесу завдяки формалізації табличних залежностей і використання корегувальних констант.

Аналіз структури числового блока пам'яті показав, що істотне ущільнення інформації досягається завдяки повторюваності значень корегувальних констант у доменах старших і молодших кортежів. Це дає змогу реалізувати універсальне представлення функціональної залежності без необхідності зберігання повної таблиці відповідностей, що є ключовою перевагою запропонованого підходу. Внаслідок цього значно зменшуються апаратні витрати та кількість активних елементів, що безпосередньо впливає на енергоефективність обчислювача.

Отримані оцінки енергоспоживання демонструють суттєву перевагу формалізованої моделі над класичним табличним методом, що пояснюється зменшенням обсягу пам'яті, скороченням кількості регістрів та зниженням інтенсивності внутрішніх перемикачів. Водночас аналіз часових характеристик показав незначне збільшення затримки формування результату, зумовлене додатковими логічними операціями формалізованого перетворення. Однак така затримка має детермінований характер і не залежить від складності відтворюваної функції, що є принципово важливим для систем реального часу.

Важливою перевагою запропонованого підходу є його універсальність, оскільки та сама апаратна структура може бути використана для відтворення різних трансцендентних функцій шляхом заміни набору корегувальних констант без модифікації апаратної частини. Це створює передумови для побудови багатофункціональних спеціалізованих обчислювачів із високим рівнем адаптивності та масштабованості.

Результати дослідження свідчать, що формалізований табличний логіко-оборотний метод забезпечує ефективний компроміс між швидкодією, енергоспоживанням і апаратними витратами та є перспективною основою для створення високоефективних прецизійних обчислювальних пристроїв спеціального призначення.

## Висновки

Під час виконання дослідження отримано такі основні результати:

1. У роботі розв'язано актуальну науково-прикладну задачу створення високоефективних формалізованих моделей прецизійних обчислювачів

спеціального призначення для відтворення трансцендентних функцій у комп'ютерно-інтегрованих системах керування за умов відсутності аналітичних залежностей між значенням функції та порядковим номером решітки.

2. Обґрунтовано доцільність використання формалізованих таблично-алгоритмічних методів для апаратної реалізації багаторозрядних обчислювачів спеціального призначення в системах реального часу із жорсткими обмеженнями щодо швидкодії, енергоспоживання, габаритів та вартості. Показано, що застосування універсальних мікропроцесорних засобів у таких умовах є неефективним.

3. Розроблено формалізовану модель прецизійного обчислювача спеціального призначення, яка базується на табличному логіко-оборотному методі перетворення вхідної кодової множини у вихідну з використанням корегувальних констант. Запропоновано підхід, що забезпечує відтворення значень трансцендентних функцій у двійковій системі числення з високими показниками щодо точності, швидкодії, енергоспоживання, габаритів, ваги, надійності, апаратних витрат одночасно.

4. Проведено верифікацію ефективності запропонованих моделей шляхом порівняння з класичним табличним методом апаратної реалізації. Оцінювання здійснювалося за сукупністю ключових показників: енергоспоживанням, часовими затратами на відтворення функцій та апаратними витратами в межах єдиного кристала.

5. За результатами досліджень встановлено, що запропонована формалізована модель забезпечує зменшення енергетичних, часових та апаратних витрат без погіршення точності відтворення функцій, що свідчить про підвищення ефективності спеціалізованих обчислювальних засобів.

6. Практичне значення отриманих результатів полягає у можливості їх використання для створення комп'ютерно-інтегрованих систем керування в галузях із підвищеними вимогами до надійності та швидкодії, зокрема в аеронавігаційних, оборонних та космічних системах.

Отже, отримані результати підтверджують перспективність подальших досліджень у напрямі вдосконалення формалізованих таблично-алгоритмічних методів для побудови високоефективних та високоточних прецизійних обчислювальних пристроїв спеціального призначення.

## Конфлікт інтересів

Автор декларує, що не має конфлікту інтересів стосовно цього дослідження, у тому числі фінансового, особистісного характеру, авторства чи іншого характеру, що міг би вплинути на дослідження та його результати, представлені в цій статті.

**Фінансування**

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

**Доступність даних**

Рукопис не має пов'язаних даних.

**ЛІТЕРАТУРА**

- [1] P. Li, H. Jin, W. Xi, C. Xu, H. Yao, and K. Huang, "A reconfigurable hardware architecture for miscellaneous floating-point transcendental functions," *Electronics*, vol. 12, no. 1, p. 233, Jan. 2023. DOI: 10.3390/electronics12010233.
- [2] S. Zheng et al., "Area- and power-efficient reconfigurable architecture for multifunction evaluation," *Electronics*, vol. 11, no. 20, p. 3391, Oct. 2022. DOI: 10.3390/electronics11203391.
- [3] M. An et al., "Piecewise parabolic approximate computation based on an error-flattened segmenter and a novel quantizer," *Electronics*, vol. 10, no. 21, p. 2704, Nov. 2021. DOI: 10.3390/electronics10212704.
- [4] J. M. Trejo-Arellano, J. V. Castillo, O. Longoria-Gandara, R. Carrasco-Alvarez, C. A. Gutiérrez, and A. C. Atoche, "Adaptive segmentation methodology for hardware function evaluators," *Computers & Electrical Engineering*, vol. 69, pp. 194–211, Jun. 2018. DOI: 10.1016/j.compeleceng.2018.04.024.
- [5] F. Salehi, E. Farshidi, and H. Kaabi, "Novel design for a low-latency CORDIC algorithm for sine-cosine computation and its implementation on FPGA," *Microprocessors and Microsystems*, vol. 77, p. 103197, Jul. 2020. DOI: 10.1016/j.micpro.2020.103197.
- [6] X. Xing and W. Wang, "A new recursive trigonometric technique for FPGA-design implementation," *Sensors*, vol. 23, no. 7, p. 3683, Apr. 2023. DOI: 10.3390/s23073683.
- [7] H. Geng, X. Chen, N. Zhao, Y. Du, and L. Du, "QPA: a quantization-aware piecewise polynomial approximation methodology for hardware-efficient implementations," *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, vol. 31, no. 7, pp. 931–944, May 2023. DOI: 10.1109/tvlsi.2023.3277023.
- [8] A. Lukashenko et al., "The method for detecting energy reserve of components of computer-integrated systems," in *Proc. 14th Int. Conf. Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM)*, 2017, pp. 199–202. DOI: 10.1109/cadsm.2017.7916114.
- [9] K. Liu, W. Shi, C. Huang, and D. Zeng, "Cost effective tanh activation function circuits based on fast piecewise linear logic," *Microelectronics Journal*, vol. 138, p. 105821, May 2023. DOI: 10.1016/j.mejo.2023.105821.
- [10] J. Vázquez-Castillo, A. Castillo-Atoche, R. Carrasco-Alvarez, O. Longoria-Gandara, and J. Ortégón-Aguilar, "FPGA-based hardware matrix inversion architecture using hybrid piecewise polynomial approximation systolic

cells," *Electronics*, vol. 9, no. 1, p. 182, Jan. 2020. DOI: 10.3390/electronics9010182.

- [11] M. Abdelsalam, P. Langlois, and F. Cheriet, "Accurate and efficient hyperbolic tangent activation function on FPGA using the DCT interpolation filter," in *Proc. FPGA '17*, 2017, p. 287. DOI: 10.1145/3020078.3021768.
- [12] S. N. Mokhtar, M. I. Ayub, N. Ismail, and N. G. N. Daud, "Implementation of trigonometric function using CORDIC algorithms," in *AIP Conference Proceedings*, vol. 1930, p. 020040, 2018. DOI: 10.1063/1.5022934.

#### **HIGHLY EFFICIENT FORMALIZED COMPUTER MODELS FOR REPRODUCING TRANSCENDENTAL FUNCTIONS IN NON-TRADITIONAL TASK SETTINGS**

**Volodymyr Lukashenko, Artemii Bernatskyi, Yurii Yurchenko, Oleksandr Siora, Valentyna Lukashenko, Dmytro Harder**

*The work is devoted to the creation and research of highly efficient formalized models of special-purpose precision computers for solving non-traditional problems caused by the absence of analytical relationships between the values of transcendental functions and the corresponding values of ordered grid numbers in computer integrated control systems based on tabular-algorithmic methods. The use of specialized precision computing devices for controlling objects and high-speed processes in real time, where the use of general-purpose microprocessors, even with special software tools, is impossible due to the high requirements for speed, reliability, dimensions, power consumption, readiness, and equipment costs (cost). Particularly relevant is the task of hardware implementation of multi-digit special-purpose computers for high-precision reproduction of basic mathematical and transcendental functions under conditions of limited energy-time resources in a single crystal. In this regard, a promising direction is the application of formalized tabular-algorithmic methods that allow optimizing the structure of special-purpose computers without compromising the accuracy of function reproduction. The aim of the work is to create a model of a precision special-purpose computer that provides high efficiency in reproducing values in the binary number system of transcendental functions relative to an ordered grid number by using a formalized tabular logical reversible method of converting the input code set into the output using correction constants. The work verifies the effectiveness of formalized tabular-algorithmic models of precision special-purpose computers implemented by a formalized tabular logical-reversible method. The results obtained were compared with the classical tabular method of hardware implementation in terms of a set of key indicators, namely: power consumption, time required to reproduce functions, and hardware costs (cost) within a single crystal. An original formalized model of a precision computer for special purposes is proposed, which reproduces the value of a*

*transcendental function from the corresponding ordered grid number with lower energy, time, and equipment costs, which adequately ensures an increase in the efficiency of computer-integrated systems in the fields of air navigation, defense, and space.*

**Keywords:** *precision computers, tabular-algorithmic methods, energy consumption, equipment costs, formalized tabular-logical method, logic-reversible method.*

#### REFERENCES

- [1] P. Li, H. Jin, W. Xi, C. Xu, H. Yao, and K. Huang, "A reconfigurable hardware architecture for miscellaneous floating-point transcendental functions," *Electronics*, vol. 12, no. 1, p. 233, Jan. 2023. DOI: 10.3390/electronics12010233.
- [2] S. Zheng et al., "Area- and power-efficient reconfigurable architecture for multifunction evaluation," *Electronics*, vol. 11, no. 20, p. 3391, Oct. 2022. DOI: 10.3390/electronics11203391.
- [3] M. An et al., "Piecewise parabolic approximate computation based on an error-flattened segmenter and a novel quantizer," *Electronics*, vol. 10, no. 21, p. 2704, Nov. 2021. DOI: 10.3390/electronics10212704.
- [4] J. M. Trejo-Arellano, J. V. Castillo, O. Longoria-Gandara, R. Carrasco-Alvarez, C. A. Gutiérrez, and A. C. Atoche, "Adaptive segmentation methodology for hardware function evaluators," *Computers & Electrical Engineering*, vol. 69, pp. 194–211, Jun. 2018. DOI: 10.1016/j.compeleceng.2018.04.024.
- [5] F. Salehi, E. Farshidi, and H. Kaabi, "Novel design for a low-latency CORDIC algorithm for sine-cosine computation and its implementation on FPGA," *Microprocessors and Microsystems*, vol. 77, p. 103197, Jul. 2020. DOI: 10.1016/j.micpro.2020.103197.
- [6] X. Xing and W. Wang, "A new recursive trigonometric technique for FPGA-design implementation," *Sensors*, vol. 23, no. 7, p. 3683, Apr. 2023. DOI: 10.3390/s23073683.
- [7] H. Geng, X. Chen, N. Zhao, Y. Du, and L. Du, "QPA: a quantization-aware piecewise polynomial approximation methodology for hardware-efficient implementations," *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, vol. 31, no. 7, pp. 931–944, May 2023. DOI: 10.1109/tvlsi.2023.3277023.
- [8] A. Lukashenko et al., "The method for detecting energy reserve of components of computer-integrated systems," in *Proc. 14th Int. Conf. Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM)*, 2017, pp. 199–202. DOI: 10.1109/cadsm.2017.7916114.
- [9] K. Liu, W. Shi, C. Huang, and D. Zeng, "Cost effective tanh activation function circuits based on fast piecewise linear logic," *Microelectronics Journal*, vol. 138, p. 105821, May 2023. DOI: 10.1016/j.mejo.2023.105821.
- [10] J. Vázquez-Castillo, A. Castillo-Atoche, R. Carrasco-Alvarez, O. Longoria-Gandara, and J. Ortegón-Aguilar, "FPGA-based hardware matrix inversion architecture using hybrid piecewise polynomial approximation systolic cells," *Electronics*, vol. 9, no. 1, p. 182, Jan. 2020. DOI: 10.3390/electronics9010182.
- [11] M. Abdelsalam, P. Langlois, and F. Cheriet, "Accurate and efficient hyperbolic tangent activation function on FPGA using the DCT interpolation filter," in *Proc. FPGA '17*, 2017, p. 287. DOI: 10.1145/3020078.3021768.
- [12] S. N. Mokhtar, M. I. Ayub, N. Ismail, and N. G. N. Daud, "Implementation of trigonometric function using CORDIC algorithms," in *AIP Conference Proceedings*, vol. 1930, p. 020040, 2018. DOI: 10.1063/1.5022934.

*Дата першого надходження статті до видання:*  
03.02.2026

*Дата прийняття статті до друку*  
*після рецензування:* 30.02.2026

*Дата публікації (оприлюднення) статті:*  
00.00.0000



Стаття поширюється на умовах  
ліцензії відкритого доступу CC BY 4.0